

財團法人大學入學考試中心基金會  
113學年度學科能力測驗試題

數學A考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的  $\frac{\square}{\square}$  與第 18-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的  $\frac{\square}{\square}$  與第 19-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

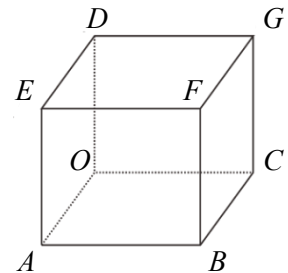
說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 研究顯示：服用某藥物後，在使用者體內的藥物殘留量隨時間呈指數型衰退。已知在服用某藥物 2 小時後，體內仍殘留有該藥物的一半劑量，試問下列哪一選項正確？

- (1) 服用 3 小時後，體內仍殘留有該藥物的  $\frac{1}{3}$  劑量
- (2) 服用 4 小時後，體內仍殘留有該藥物的  $\frac{1}{4}$  劑量
- (3) 服用 6 小時後，體內仍殘留有該藥物的  $\frac{1}{6}$  劑量
- (4) 服用 8 小時後，體內仍殘留有該藥物的  $\frac{1}{8}$  劑量
- (5) 服用 10 小時後，體內仍殘留有該藥物的  $\frac{1}{10}$  劑量

2. 如圖， $OABC-DEFG$  為一正方體，試問向量外積  $\vec{AD} \times \vec{AG}$  與下列哪一個向量平行？

- (1)  $\vec{AE}$
- (2)  $\vec{BE}$
- (3)  $\vec{CE}$
- (4)  $\vec{DE}$
- (5)  $\vec{OE}$



3. 設  $a \in \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$ ，已知  $a$  為實係數三次多項式  $f(x)$  的最高次項係數，若函數  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸交於三點，且其  $x$  坐標成首項為  $-7$ 、公差為  $a$  的等差數列。試問共有幾個  $a$  使得  $f(0) > 0$ ？

- (1) 1 個
- (2) 2 個
- (3) 3 個
- (4) 4 個
- (5) 5 個



8. 對任一正整數  $n \geq 2$ ，令  $T_n$  表示邊長為  $n, n+1, n+2$  的三角形。試選出正確的選項。
- (註：若三角形的三邊長分別為  $a, b, c$ ，令  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ，  
則三角形面積為  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  )
- (1)  $T_n$  皆為銳角三角形
  - (2)  $T_2, T_3, T_4, \dots, T_{10}$  的周長形成等差數列
  - (3)  $T_n$  的面積隨  $n$  增大而增大
  - (4)  $T_5$  的三高依序形成等差數列
  - (5)  $T_3$  的最大角大於  $T_2$  的最大角
9. 某實驗室蒐集了大量的  $A$ 、 $B$  兩相似物種，記錄其身長為  $x$  (單位：公分) 與體重  $y$  (單位：公克)，得  $A$ 、 $B$  兩物種的平均身長分別為  $\bar{x}_A = 5.2$ 、 $\bar{x}_B = 6$ ，標準差分別為  $0.3$ 、 $0.1$ 。令  $A$ 、 $B$  兩物種的平均體重分別為  $\bar{y}_A$ 、 $\bar{y}_B$ 。若  $A$ 、 $B$  兩物種其體重  $y$  對身長  $x$  的迴歸直線分別為  $L_A: y = 2x - 0.6$ 、 $L_B: y = 1.5x + 0.4$ ，相關係數分別為  $0.6$ 、 $0.3$ 。今發現一隻身長  $5.6$  公分、體重  $8.6$  公克的個體  $P$ ，試選出正確的選項。
- (1)  $\bar{y}_A < \bar{y}_B$
  - (2)  $A$  物種的體重標準差小於  $B$  物種的體重標準差
  - (3) 就  $A$  物種而言，個體  $P$  的體重與平均體重  $\bar{y}_A$  之差的絕對值大於一個標準差
  - (4) 點  $(5.6, 8.6)$  到直線  $L_A$  的距離小於其到直線  $L_B$  的距離
  - (5) 點  $(5.6, 8.6)$  與點  $(\bar{x}_A, \bar{y}_A)$  的距離小於其與點  $(\bar{x}_B, \bar{y}_B)$  的距離
10. 坐標平面上有一正方形與一正六邊形，正方形在正六邊形的右邊。已知兩正多邊形都有一邊在  $x$  軸上，且正方形中心  $A$  與正六邊形中心  $B$  都在  $x$  軸的上方，且兩多邊形恰有一個交點  $P$ ，又知正方形的邊長為  $6$ ，而點  $P$  到  $x$  軸的距離為  $2\sqrt{3}$ 。試選出正確的選項。
- (1) 點  $A$  到  $x$  軸的距離大於點  $B$  到  $x$  軸的距離
  - (2) 正六邊形的邊長為  $6$
  - (3)  $\overrightarrow{BA} = (7, 3 - 2\sqrt{3})$
  - (4)  $\overline{AP} > \sqrt{10}$
  - (5) 直線  $AP$  斜率大於  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

11. 考慮二元一次方程組  $\begin{cases} ax+6y=6 \\ x+by=1 \end{cases}$ ，其係數  $a, b$  之值分別由投擲一顆公正骰子與一枚均勻硬幣來決定。令  $a$  值為骰子出現之點數；若硬幣出現正面時  $b$  值為 1，若硬幣出現反面時  $b$  值為 2。試選出正確的選項。

- (1) 擲出  $a=b$  的機率為  $\frac{1}{3}$
- (2) 此方程組無解的機率為  $\frac{1}{12}$
- (3) 此方程組有唯一解的機率為  $\frac{5}{6}$
- (4) 硬幣出現反面且此方程組有解的機率為  $\frac{1}{2}$
- (5) 在硬幣出現反面且此方程組有解的條件下， $x$  值為正的機率為  $\frac{2}{5}$

12. 在坐標平面上給定三點  $A(1,0)$ 、 $B(0,1)$ 、 $C(-1,0)$ ，令  $\Gamma$  為  $\triangle ABC$  經矩陣  $T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$  變換後的圖形，其中  $a$  為實數。試選出正確的選項。

- (1) 若  $a=0$ ，則  $\Gamma$  為等腰直角三角形
- (2)  $\triangle ABC$  的邊上至少有兩點經  $T$  變換後坐標不變
- (3)  $\Gamma$  必有部分落在第四象限
- (4) 平面上找得到一個圖形  $\Omega$  經  $T$  變換後為  $\triangle ABC$
- (5)  $\Gamma$  的面積為定值

### 三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某銷售站銷售甲、乙、丙三型手機，甲手機每支利潤 100 元，乙手機每支利潤 400 元，丙手機每支利潤 240 元。上年度甲、乙、丙手機各賣出  $A, B, C$  支，平均每支利潤為 260 元；且知銷售甲、乙兩型手機共  $A+B$  支的平均每支利潤為 280 元。則該站上年度售出的三型手機數量比為  $A : B : C = \underline{\quad 13-1 \quad} : \underline{\quad 13-2 \quad} : \underline{\quad 13-3 \quad}$ 。（化為最簡整數比）

14. 已知  $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$  皆為實係數三次多項式，且除以  $x^2 - 2x + 3$  的餘式分別為  $x + 1$ 、 $x - 3$ 、 $-2$ 。若  $xf(x) + ag(x) + bh(x)$  可以被  $x^2 - 2x + 3$  整除，其中  $a, b$  為實數，

則  $a = \frac{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2}}{\quad}$ ， $b = \frac{\textcircled{14-3}}{\quad}$ 。

15. 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有 10 顆被標示為幸運獎，其獎項為 5000 元禮券及 8000 元禮券各 5 顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為 0.4%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人只有一次抽獎機會。若前 100 位參加抽獎者，恰有 1 人抽中 5000 元禮券且沒有人抽中 8000 元禮券，則抽獎順序為第 101 號者可獲禮券金額的期望值為  $\frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\quad}$  元。

16. 坐標平面上，已知向量  $\vec{v}$  在向量  $(2, -3)$  方向的正射影長比原長少 1，而在向量  $(3, 2)$  方向的正射影長比原長少 2。若  $\vec{v}$  與兩向量  $(2, -3), (3, 2)$  的夾角皆為銳角，則  $\vec{v}$  在向量  $(4, 7)$  方

向的正射影長為  $\frac{\sqrt{\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}}}{\textcircled{16-3}}$ 。(化為最簡根式)

17. 坐標平面上，在以  $O(0,0), A(0,1), B(1,1), C(1,0)$  為頂點的正方形(含邊界)內，令  $R$  為滿足下述條件的點  $P(x, y)$  所成區域：與點  $P(x, y)$  的距離為  $|x - y|$  之所有點所成圖形完全落在正

形  $OABC$  (含邊界) 內。則區域  $R$  的面積為  $\frac{\textcircled{17-1}}{\textcircled{17-2}}$ 。(化為最簡分數)

### 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 18-20 題為題組

坐標空間中，設  $O$  為原點， $E$  為平面  $x-z=4$ 。試回答下列問題。

18. 若原點  $O$  在平面  $E$  上的投影點為  $Q$ ，且向量  $\overrightarrow{OQ}$  與向量  $(1,0,0)$  的夾角為  $\alpha$ ，則  $\cos \alpha$  之值為下列哪一選項？（單選題，3 分）

- (1)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       (2)  $-\frac{1}{2}$       (3)  $\frac{1}{2}$       (4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (5)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. 已知空間中有一點  $P(a,b,c)$  滿足向量  $\overrightarrow{OP}$  與向量  $(1,0,0)$  的夾角  $\theta \leq \frac{\pi}{6}$ 。試說明實數  $a,b,c$  滿足不等式  $a^2 \geq 3(b^2 + c^2)$ 。（非選擇題，4 分）

20. 承 19 題，已知點  $P$  在平面  $E$  上且  $b=0$ 。試求  $c$  的最大可能範圍，並求線段  $\overline{OP}$  的最小可能長度。（非選擇題，8 分）

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - n\mu_x^2}$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{x,y} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式  $y - \mu_y = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$